

Meten met kralen

Dirk van der Straaten



Als (reken-) onderwijskundig ontwerper en in mijn rol als vader, zie ik aangrijpingspunten voor de wiskundige verkenningen van mijn kinderen. Vaak is een spontane situatie aanleiding om wiskundig actief te worden. Zo'n verkenning kun je didactisch inbedden. Hoe kan een didactisch kader helpen om een educatieve draai te geven aan de spontane wiskunde inbreng van jonge kinderen?

In samenwerking tussen SSOT en ontwerpbureau Edumat is het PARWO-project ontstaan. PARWO staat voor Passend Rekenen Wiskunde Onderwijs (www.parwo.yurfs.net). In dit project gaan we uit van het principe dat rekenen meer is dan alleen sommetjes maken: de sommen vormen als het ware slechts een topje van de ijsberg. Om kinderen sommen te leren maken, zul je moeten investeren in het drijfvermogen (het grootste deel van de ijsberg). Dit zie je in eerste instantie niet, omdat het zich onder water bevindt.

Didactische matrix

In feite is voor elk domein binnen de rekendidactiek een ijsberg te maken. De ijsbergen voor het rekenen tot 10, 20, 100 en met grote getallen en kommagetallen, smelten dan als het ware samen tot een didactische matrix. Integraal onderdeel van deze matrix is het meten en het geldrekenen. Didactisch gezien worden deze in de huidige reken-wiskundemethoden vaak apart behandeld, maar in de PARWO-matrix zijn dat integrale onderdelen van getalbegrip: elk getal is het resultaat van een meting van een grootte, ongeacht of dat nou gaat over afstand, inhoud, geld of hoeveelheid.

In de matrix zijn vier lagen van abstractie te onderscheiden.

Deze lagen bouwen zich van onderuit op naar boven. De eerste (en onderste) laag is de laag van de wereldverkenning, daar gaat het om de verkenning van uiterlijk en functionaliteit van getallen. Waar worden getallen voor gebruikt? Waar kom je ze tegen? Hoe zien ze eruit? De tweede laag bouwt daarop voort door zich te richten op de verkenning van inhoud en structuur. Hoe ziet de structuur van de telrij eruit? En hoe kunnen hoeveelheden gestructureerd worden, zodat je het snel kunt overzien? Vanuit grondige verkenningen van deze eerste twee lagen ontstaan getalrelaties (laag 3). Getallen gaan dan als een soort bouwstenen functioneren en nemen steeds meer afstand van de echte dingen uit de werkelijkheid. Op dit niveau zou je de getallen als het ware kunnen zien als gevulde doosjes, waarin allerlei kennis over die getallen opgesloten zit. Een getal als 8 is dan niet alleen meer dat ene symbool, maar ook '4 en 4' of 'op 2 na 10' of '5 en 3' et cetera. Ten slotte komen de toppen van de ijsbergen boven drijven in laag 4, de formele sommen. Ga je binnen deze lagen nog verfijnder kijken, dan zijn per cel in de matrix steeds een aantal competenties getypeerd. De matrix is hiermee eigenlijk een soort groeimodel, waarmee de reken-wiskundige ontwikkeling van kinderen getypeerd en geplaatst kan worden.



Ijsbergen vormen een gelaagde matrix met competenties

Ten behoeve van de leesbaarheid van dit artikel is de matrix alleen in een verkleinde weergave opgenomen. **De volledige matrix op ware grootte is te downloaden op www.hjk-online.nl.** Hierin staan alle competenties in de verschillende lagen van abstractie per rekendomein.

In de hierna volgende beschrijving van de activiteit zal met behulp van de in de matrix beschreven competenties steeds aangegeven worden hoe de spontane handelingen van Ayla en Quinten didactisch te plaatsen zijn.

Een spontane wiskundige activiteit

Ayla (4 jaar en 8 maanden) en Quinten (2 jaar en 10 maanden) zijn thuis aan het spelen. Van papa krijgen ze allebei een snoepketting die ze door (laten) knippen. Ze eten de snoepjes niet direct op, maar beginnen ze eerst spontaan te ordenen op kleur. Ayla begint hiermee en Quinten kopieert dit gedrag. Ayla vindt het ook nog leuk om de groepjes op hoeveelheid te ordenen. Papa legt de snoepjes 'handig' voor haar neer. Dan valt het Ayla op dat sommige snoepjes zo liggen dat ze samen een (vanuit haar perspectief) omgekeerde 1 vormen. Ze herkent ook 15 witte snoepjes en benoemt ze als 'drie groepjes van 5', waarbij ze elk groepje van 5 ook herkent als 'op een dobbelsteen'. Ze telt de witte snoepjes één voor één om tot 15 te komen.

Koppeling aan de matrix (1)

Matrixcellen 10.1 en 20.1: verkennen van uiterlijke en functionaliteit van getallen tot 10 en 20.

Met name competentie 10.1.2 (herkent cijfers in verschillende vormgevingen) is erg evident voor Ayla, maar ook 10.1.4 (kan zonder ondersteuning hardop tellen tot 10) en 20.1.4 (idem aan 10.1.4, maar dan tot 20) worden duidelijk beheerst. Quinten beheerst nog geen van de competenties voldoende (hooguit competentie 10.1.4 als een soort versje). Hij heeft dan ook niet zo'n neiging om te tellen, maar vindt het prachtig om de snoepjes met behulp van zijn zus in groepjes bij elkaar te leggen.

Een patroon maken met kralen

Als Ayla al haar snoepjes op een rijtje gelegd heeft, denkt papa dat het misschien wel leuk is om de bak met de kralenset (zie www.edumat.nl/007-204-Perfodidac/Matrix/) te pakken. Ayla grijpt dit direct aan om, zoals ze zelf zegt, een 'patroon' te gaan maken. ('Dat had ik op school ook gedaan met het knutselen van een jurkje.') Ze begint in eerste instantie met rood wit en blauw ('De kleuren van Nederland.'). Maar ziet dan dat de set ook gele kraaltjes heeft. Ze blijkt het patroontje (wit, blauw, rood en geel) dat ze geregen heeft probleemloos te kunnen reproduceren en rijgt naar hartenlust verder.

Koppeling aan de matrix (2)

Matrixcellen 10.2 en 20.2: verkennen van inhoud en structuur van de getallen tot 10 en 20.



• Foto is: Dirk van der Straaten

Ayla herkent een 1 in haar snoepjes

Wat betreft laag 2 in de matrix (verkenning van inhoud en structuur) kun je al wel wat zeggen over de beheersing van Ayla. Ze herkent namelijk al vrij vlot het dobbelsteenpatroon als ze dat voorgeschoteld krijgt. Dat wil niet zeggen dat ze competentie 10.2.6 (herkent flitsbeelden binnen drie seconden) beheerst, maar wel dat ze gevoelig is voor zulke structuren. Ze is duidelijk in staat is om ordeningspatronen (competentie 20.2.5) voort te zetten. Hierbij gaat het te ver om te zeggen dat ze echt al gebruik maakt van de getalstructuren, maar een eerste verkenning is duidelijk gemaakt.

Kralen meten

Terwijl Ayla met de kralen een ketting rijkt, zijn de verkenningen van Quinten vluchtiger en wat meetkundig van aard. Hij onderzoekt de duimstok en heeft moeite om deze 'open' te draaien. Met een beetje hulp van papa komt hij een heel eind. Maar dan verliest de duimstok wat van de aantrekkingskracht: de kralen worden weer interessant. Quinten lijkt het lekker te vinden om er met zijn handen doorheen te woelen. Tegelijkertijd probeert hij een soort berg aan één kant van de bak te creëren, maar hij merkt dat de kralen terug willen rollen. Zo graait hij door de kralen heen. Na een tijdje begint hij een rondslingerend slofje van Ayla met kralen te vullen. Vervolgens vindt hij een misvormd kraaltje. Vooral de vluchtigheid van zijn handelingen is typerend



Met de duimstok meet Quinten de snoepjes

voor zijn leeftijd. Toch wordt de kiem voor een aantal belangrijke (meetkundige) vaardigheden hier al zichtbaar. Dan is de duimstok ineens weer in beeld. Quinten worstelt weer even met het draaimechanisme en gaat vervolgens zijn snoepjes 'meten'. Papa en Ayla helpen even om alle snoepjes netjes op een rij te leggen en met een geconcentreerde (en zeer professioneel ogende) blik meet Quinten

de snoepjes. Als het naar zijn tevredenheid is, legt hij de duimstok weer weg en gaat met zijn knuffels spelen.

Kralen tellen

Ondertussen rijgt Ayla maar door, daarbij steeds haar patroon controlerend. In eerste instantie lijkt ze steeds vanaf het begin van het snoer te kijken wat het patroon was en dan te kijken naar de laatst geregen kraal om de volgende kleur te bepalen. Later zegt ze dat ze kijkt naar het snoer en dan bepaalt welke kleur er volgt na de kleur die ze het laatst geregen heeft. Deze verkorting in het zoeken is handig, maar blijkt ook kwetsbaar als ze de verkeerde kleur kiest, doordat het snoer in een kronkel ligt en ze dus de voorgaande kleur in plaats van de volgende kleur kiest. Samen met papa lost ze dat probleem op. Omdat duidelijk is dat Ayla geen probleem heeft het patroon steeds door te zetten, helpt papa haar om haar productie wat te versnellen: hij legt groepjes kralen voor haar klaar. Al snel wordt het snoer steeds langer. Ayla wil het snoer vergelijken met haar eigen lengte. Wie is er langer? Als ze klaar is, wil Ayla weten hoeveel kralen er nou eigenlijk aan haar snoer zitten. Daarom gaat ze de kralen tellen.

Ayla: '1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 58.'

Papa: '28.'

Ayla: '28, 29, ...'

Papa: '30.'

Ayla: '30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 58.'

Papa: '38.'

Ayla: '38, 39, ...'

Papa: '40.'



Hoeveel kralen zitten er aan het snoer?

Als Quinten even roet in het eten komt gooien, raakt Ayla kwijt bij welke kraal ze was. Papa suggereert om tijdens het tellen een klein wasknijpertje op de draad te zetten als een aantal kralen geteld is (20 in dit geval). Samen worden de kralen geteld en om de 20 kralen komt een wasknijpertje. Ayla laat zich nu niet meer van de wijs brengen en heeft tot 28 geen enkel probleem met de telrij, maar zegt dan steevast 58. Zo ook bij 38 en 48. Ook het aansnijden van een nieuw tential lukt nog niet, maar als papa dat eenmaal vertelt, dan schiet ze snel door naar het volgende tential, waarbij ze bij 67 geen problemen meer heeft om ook op 68 en 69 te komen. Na 99 zegt ze uit zichzelf '100', maar verder tellen lukt dan niet.

Papa helpt: '101...'

Ayla: 'Van de 101 Dalmatiërs!'

Papa: 'Ja inderdaad, en dan komt 102, 103...'

Ayla: '4, 5, 6, 7 ...'

Ayla negeert dat ze ook al tot 100 heeft geteld en begint dus steeds opnieuw. Uiteindelijk concluderen papa en Ayla samen dat er 144 kralen aan de snoer zitten. Na bijna twee uur inspanning blijkt dat wel genoeg te zijn.

Koppeling aan de matrix (3)

Matrixcel 100.1: verkennen van uiterlijk en functionaliteit van getallen tot 100.

Exploreren

Ayla laat zien dat ze in de verkenning van de telrij aanschuurt tegen competentie 100.1.1 (kan zonder ondersteuning hardop tellen tot 100). Een aantal herkenbare hindernissen neemt ze nog niet, maar dat zal vermoedelijk niet lang meer duren. Het is allemaal erg prematuur om aan deze ervaring harde conclusies te verbinden, maar duidelijk mag zijn dat Ayla al behoorlijk wat schreden heeft gezet in de uiterlijke verkenning en functionaliteit van de getallen. Ook mooi is om te zien dat de didactische domeinen (tot 10, tot 20, tot 100, met grote getallen en kommagetallen) niet volledig beheerst hoeven te worden om toch een volgend domein verder te exploreren. Het is interessant om Ayla hierin verder te volgen om te zien of ze wellicht ook met haar snoer zou willen gaan meten, zodat er ook echt een bepaalde structuringsbehoefte zou kunnen gaan ontstaan. Het materiaal is namelijk uitermate geschikt om de (in het onderwijs veelgebruikte) kralensnoer als model te herontdekken. Door met een ongestructureerde snoer te gaan meten, ontstaat zeker bij grotere lengtes vanzelf een behoefte om structuur aan te brengen. Quinten blijkt zich vooral te laten leiden door de prikkelingen van de omgeving en het moment. Hij is steeds kort met van alles bezig, maar verkent de wereld wel op zijn eigen manier. Zolang hij daar op en top van geniet, geniet ik met hem mee!

Bovenstaande ervaring onderstreept dat we ons als didactici, ontwikkelaars, leerkrachten en ouders moeten laten leiden, willen we kinderen in hun ontwikkeling kunnen volgen. Hun ontwikkeling alleen maar volgen is voor het onderwijs



Knijpers gebruiken om steeds 20 kralen te markeren: 144 kralen in totaal!

onvoldoende om ook echte leerwinsten te boeken. Het inbrengen van passend materiaal om de eerste verkenningen ook gaande te houden, werkt als een soort katalysator. De steun van een didactisch kader geeft daarbij (vooral voor het onderwijs) veel houvast om bepaalde aspecten makkelijker te kunnen benoemen en te typeren. Daarmee geef je richting aan het leerproces. 🌟

Kijk voor meer informatie over de matrix als didactisch kader op: <http://www.parwo.nl/parwoposter/matrix>